8. Geometri

8.1 Lav en ”ordbog” med tegninger og/eller definitioner af de geometriske begreber:

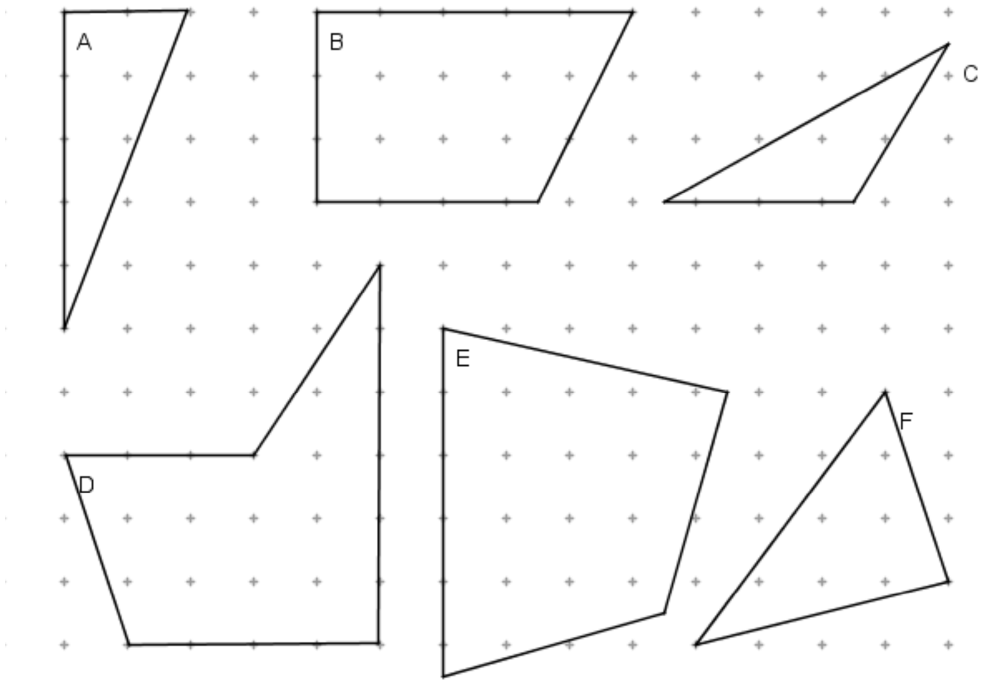
Kvadrat	Prisme	Vinkelhalveringslinie
Rektangel	Areal	Katete
Parallelogram	Rumfang	Hypotenuse
Trapez	Overflade	Korde
Ligebenet trekant	Diameter	Den indskrevne cirkel
Ligesidet trekant	Omkreds	Den omskrevne cirkel
Retvinklet trekant	Grundlinie	Spids vinkel
Rombe	Højde	Stump vinkel
Polygon	Median	Cirkeludsnit
Ellipse	Symmetri	Cirkelafsnit
Cylinder	Kongruens	Cirkelbue
Kegle	Ensvinklede	Centervinkel
Keglestub	Toppunkt	Periferi
Kube	Normal	Periferivinkel
Kugle	Midtnormal	Radius
Pyramide	Diagonal	
Pyramidestub	Tangent	

8.2 Find formler for beregning af areal af:

Kvadrat	Cirkel
Rektangel	Cirkeludsnit
Parallelogram	Ring
Trapez	Ellipse
Rombe	Femkant
Trekant	

8.3 Beregn areal

Antag at der er 1 cm mellem punkterne

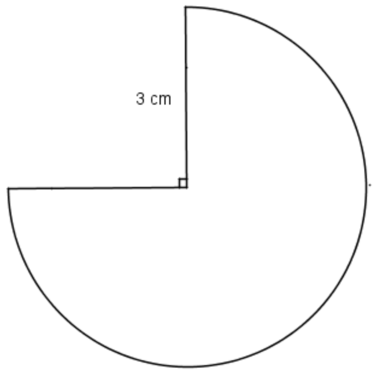


8.4 Beregn areal af ”cirklen”

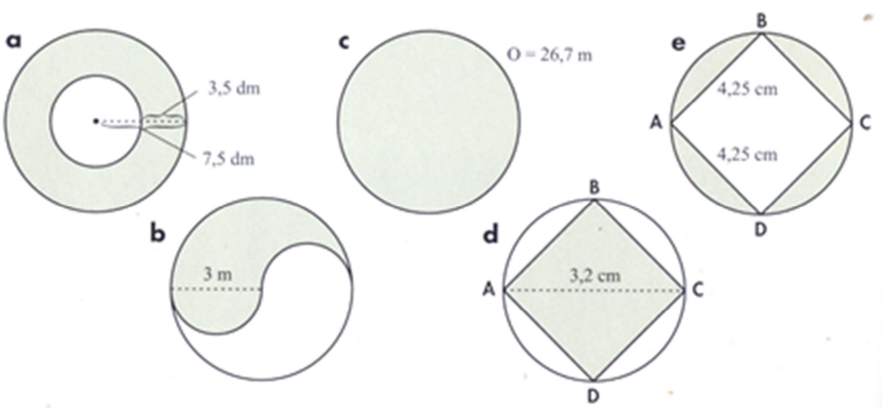
Husk, at tegningen er en skitse.

På en skitse kan man kun regne med de oplysninger, som man får givet.

I dette tilfælde ved vi, at der er tale om et cirkeludsnit, at radius er 3 og at der er en ret vinkel.

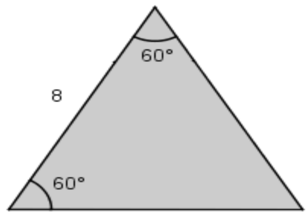


8.5 Find areal af det mørke område:



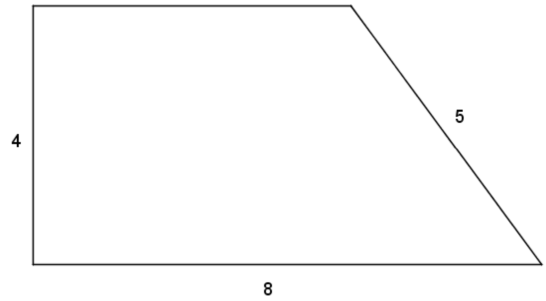
8.6 Beregn trekantens areal

Tip: find ud af de øvrige sider og vinkler først.

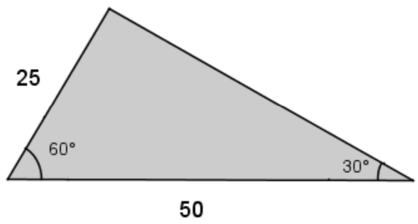


8.7 Beregn areal af trapezen

Hvad har du brug for at vide, før du kan beregne arealet. Husk, du kan ikke måle på en skitse

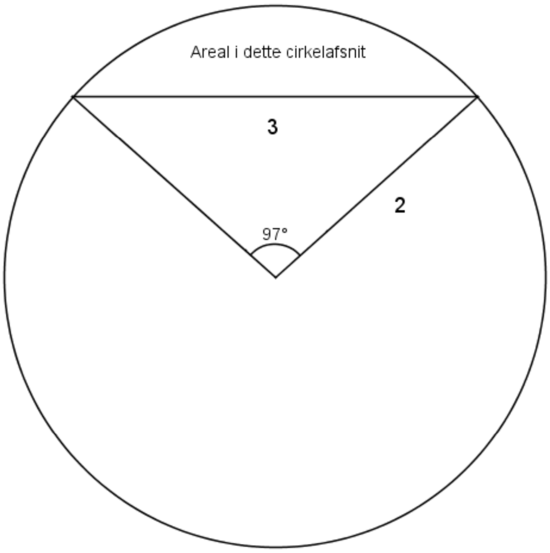


8.8 Beregn trekantens areal



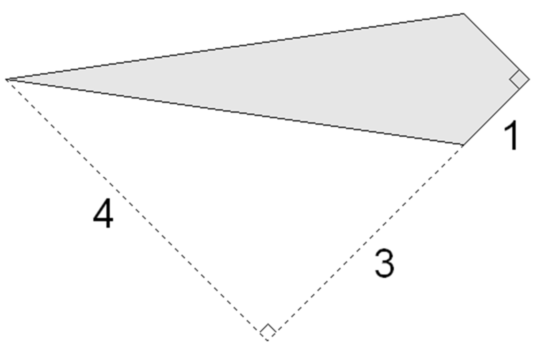
8.9 Beregn arealet af cirkelafsnittet

For at beregne arealet af cirkelafsnittet, skal du først finde arealet på nogle andre områder.



8.10 Find arealet af firkanten til højre (det skraverede område) på 2 forskellige måder.

Firkanten er symmetrisk. Der er mange forskellige måder at finde arealet på. Beregn arealet på 2 forskellige måder – det skal selvfølgelig give det samme resultat.



8.11 Find formler på beregning af rumfang på:

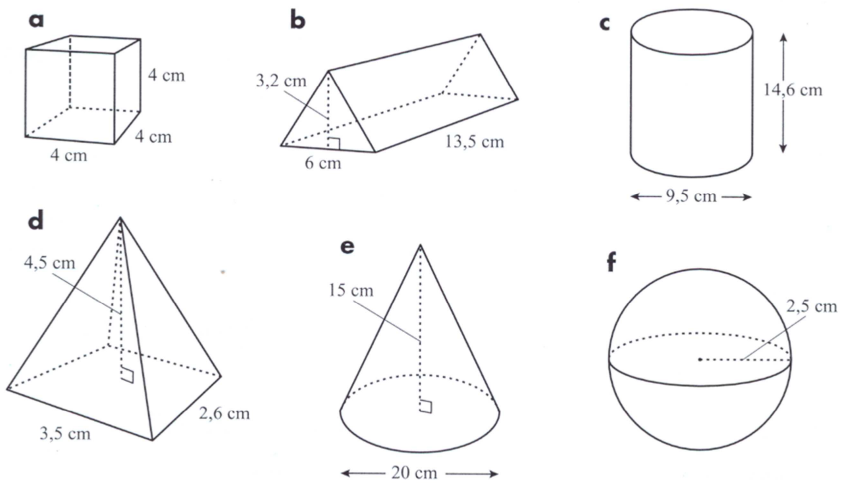
Kube – Kasse – Prisme – Cylinder

Kugle

Pyramide – Kegle

Pyramidestub – Keglestub

8.12 Beregn rumfanget



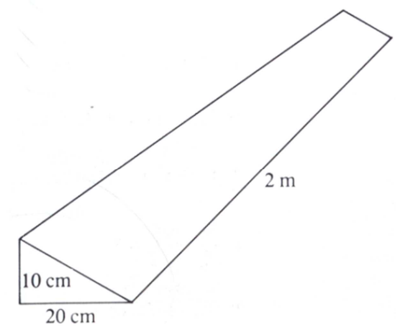
8.13 Et akvarium har målene 30x60x40 cm (højde = 40).

a. Hvor mange liter kan det indeholde?

b. Hvis vandet er 4 cm fra overkanten, hvor mange liter er der?

c. Hvis du putter 60 l i karret, hvor højt når vandet op?

8.14 En planke har mål som vist på tegningen.



a. Beregn plankens rumfang

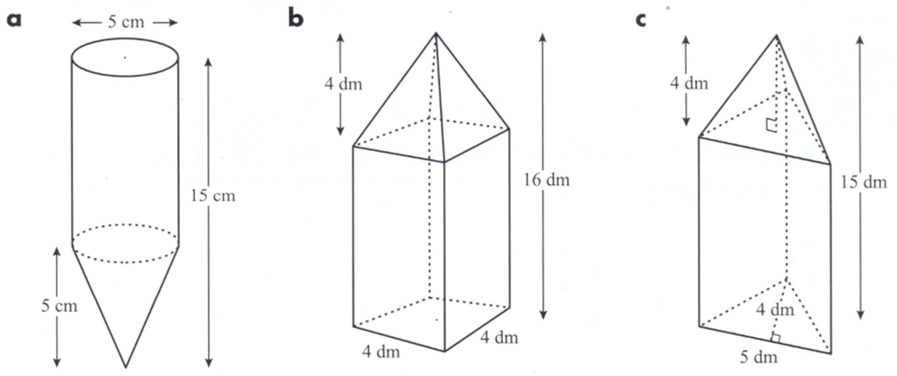
b. Beregn plankens vægt, når den har en massefylde på $0{,}5\ {}^{g}/_{cm^3}$

8.15 Find dimensionerne på et mælkekarton

Et mælkekarton skal have form af et prisme med en kvadratisk grundflade. Den skal have en højde på 18 cm og indeholde 1 l.

Hvad er dimensionerne?

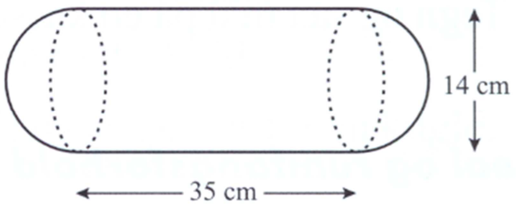
8.16 Beregn rumfanget



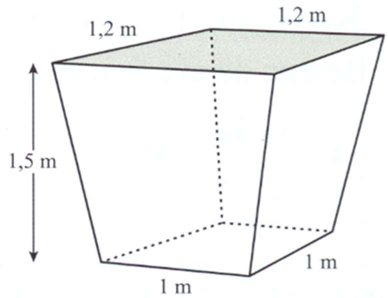
8.17 En trykflaske

a. Beregn trykflaskens rumfang

b. Beregn flaskens overflade



8.18 Hvor mange liter kan kompostbeholderen indeholde?

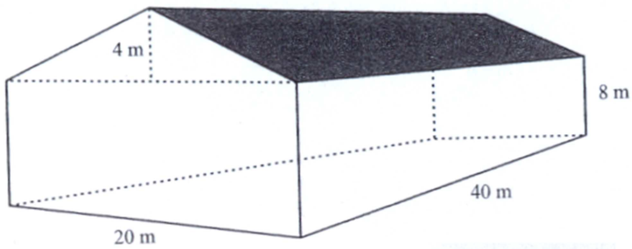


8.19 Når luften tynger

a. Beregn sportshallens rumfang

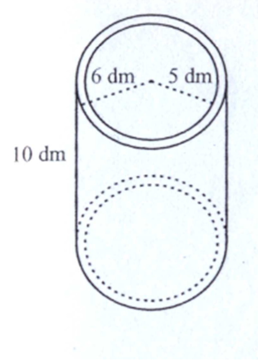
Atmosfærisk luft har en massefylde på $0{,}0013\,{}^{g}\!/_{cm^3}$

b. Hvad vejer luften i hallen



8.20 Kloakrørets vægt

Hvad vejer kloakrøret, når beton har en massefylde på 2,6?



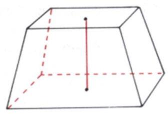
8.21 Kheopspyramiden

Kheopspyramiden var oprindeligt 146 m højt og siderne var 233 m.

a. Beregn rumfanget af pyramiden

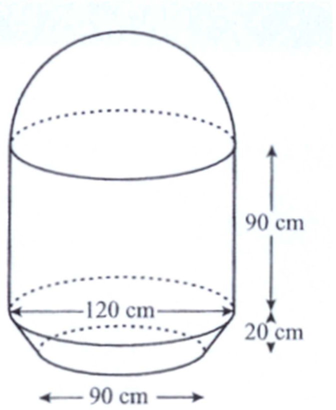
b. Hvis vi brugte stenene fra pyramiden til at bygge et prisme med en grundflade på 10x10m. Hvor højt vil det så blive?

c. Hvis man havde stoppet med at bygge videre på Kheopspyramiden, da man nåede en højde på 50 m (her er sidelængden cirka 153 m), hvor stort er rumfanget så?

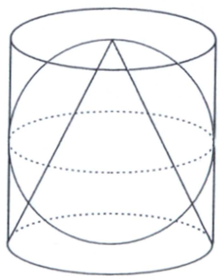


8.22 Beregn affaldscontainerens rumfang

Affaldcontaineren er sammensat af en halvkugle, en cylinder og en keglestub.



8.23 Arkimedes (en græsk matematiker fra antikken) opdagede en sammenhæng mellem en kegle, en kugle og en cylinder med samme radius og højde.

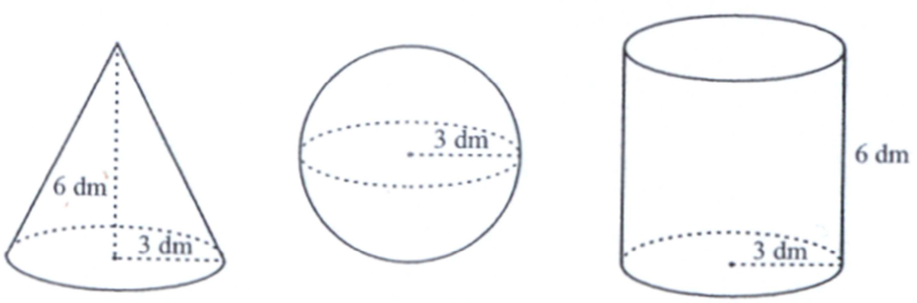


a. Beregn rumfanget af keglen, kuglen og cylinderen

b. Beregn forholdet mellem kuglens og keglens rumfang

c. Beregn forholdet mellem cylinderens og keglens rumfang

d. Prøv at formulere den regel, som Arkimedes fandt frem til.



8.24 Tegn en trekant med sidelængderne 5, 11 og 13

Er trekanten retvinklet?

8.25 Afgør om trekanterne med følgende sidelængder er retvinklet:

2,5	6	6,5
3,5	5	7
8	6	10
9	7	12
6,3	2,5	6,5
5,1	6,8	8,5

8.26 Trekanten med sidelængderne 3, 4 og 5 er retvinklet.

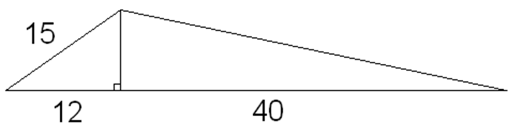
Find andre retvinklede trekanter med nogle hele tal?

8.27 Et kvadrat har sidelængden 9. Find længden af diagonalen.

8.28 I retvinklet trekant er den ene katete 10 cm lang, og hypotenusen er 26 cm lang.

a. Beregn trekantens areal.

8.29 Beregn den sidste side i trekanten.



8.30 En trekants areal er 150 cm^2.

a. Find trekantens højde, når grundlinien er 25 cm.

b. Højden deler grundlinien i stykker på 9 og 16 cm. Beregn længden af trekantens 2 øvrige sider.

8.31 Et lokale har størrelsen 5x8x2,8 m.

Hvor stor er den længste diagonal i rummet?

8.32 En retvinklet trekant har kateterne 6 cm og 2,5 cm.

Hvor lang er højden på hypotenusen?

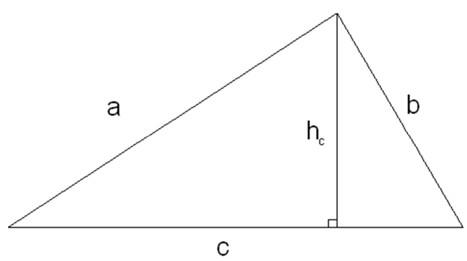
8.33 En meget svær opgave:

I en retvinklet trekant gælder følgende:

$a + b = 24$

$h_c = 7$

Hvor lang er c?



8.34 Tegn og regn

Ved flere af opgaverne er det en fordel først at lave en skitse til danne et overblik og først derefter tegne. Kan du løse opgaven uden at tegne, men blot ved at regne, er en skitse tilstrækkeligt.

a. Tegn parallelogrammet ABCD, idet AB $\parallel$ DC, $\angle A = 120°$, siden AB er 5 cm, og afstanden mellem AB og CD er 4 cm.

Hvor stor er $\angle B$?

b. En cirkel med radius på 3 cm.

Hvor stor er centervinklen i et cirkeludsnit, som dækker 20% af cirklen?

Beregn længden af den cirkelbue, der hører til cirkeludsnittet.

c. Tegn en rombe, hvor diagonalerne er 10 cm og 6 cm lange.

Hvad er sidelængden?

d. Tegn en trekant ABC, hvor siden AB er 6 cm, siden AC er 9 cm, og højden fra C er 4 cm.

Hvis man kan tegne mere end en trekant med de opgivne mål, er trekanterne da ens eller forskellige?

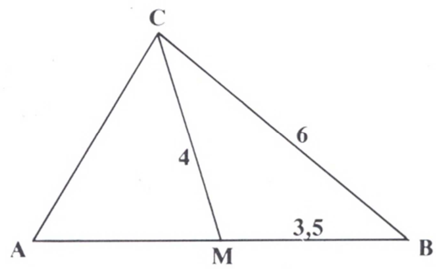
e. Tegn en tilfældig trekant. Tegn den omskrevne cirkel.

Hvordan findes centrum for den omskrevne cirkel?

Forklar hvorfor man kan finde det på den måde.

f. Gentag opgave e – bare med den indskrevne cirkel

g. Trekant ABC har de mål, som er angivet på tegningen til højre. Medianen fra C rammer AB i M.



Konstruer trekanten.

h. Et rektangel ABCD. Siden AD er 7 cm, siden AB er 4 cm. Punktet E ligger hvor vinkelhalveringslinie skærer liniestykke BC.

Hvor langt er afstanden fra D til E?

i. To cirkler med en radius på henholdvis 4 cm og 5 cm overlapper hinanden, således, at afstanden mellem de to skæringer er 3 cm.

Hvor stor er afstanden mellem centrum i de to cirkler?

j. De to cirkler fra opgaven før. Tegn en linie, der passere gennem centrum i begge cirkler. Tegn ligeledes en linie, der tangerer begge cirkler. De to linier skærer hinanden i A. Centrum i den fjerneste cirkel er B. Tangentens berøring med den fjerneste cirkel er C.

Mål sidelængderne i trekanten ABC.

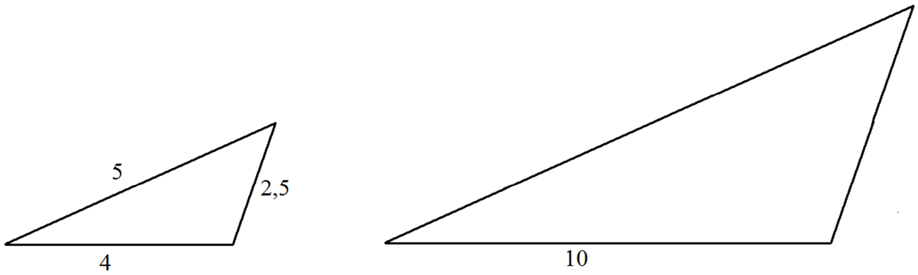
Beregn sidelængderne i trekanten ABC.

k. En korde er 4 cm. Fra midtpunktet på korden er den korteste afstand til cirkelen 1 cm?

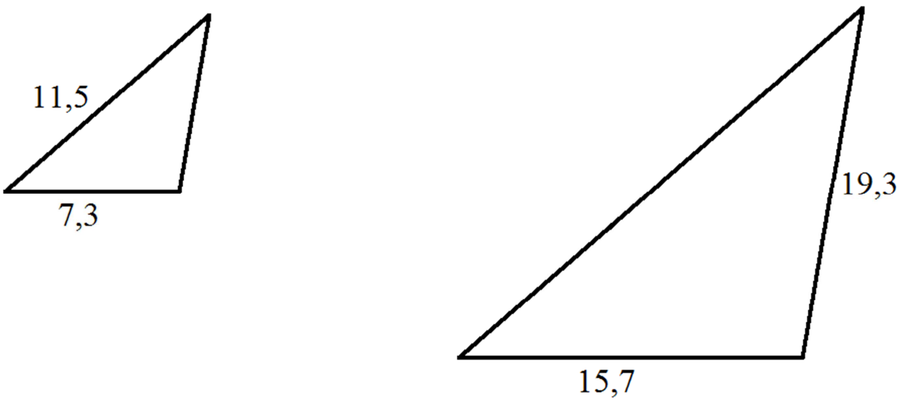
Hvor stor er cirklens radius?

8.35 Du har to ensvinklede trekanter. Find de ukendte sider.

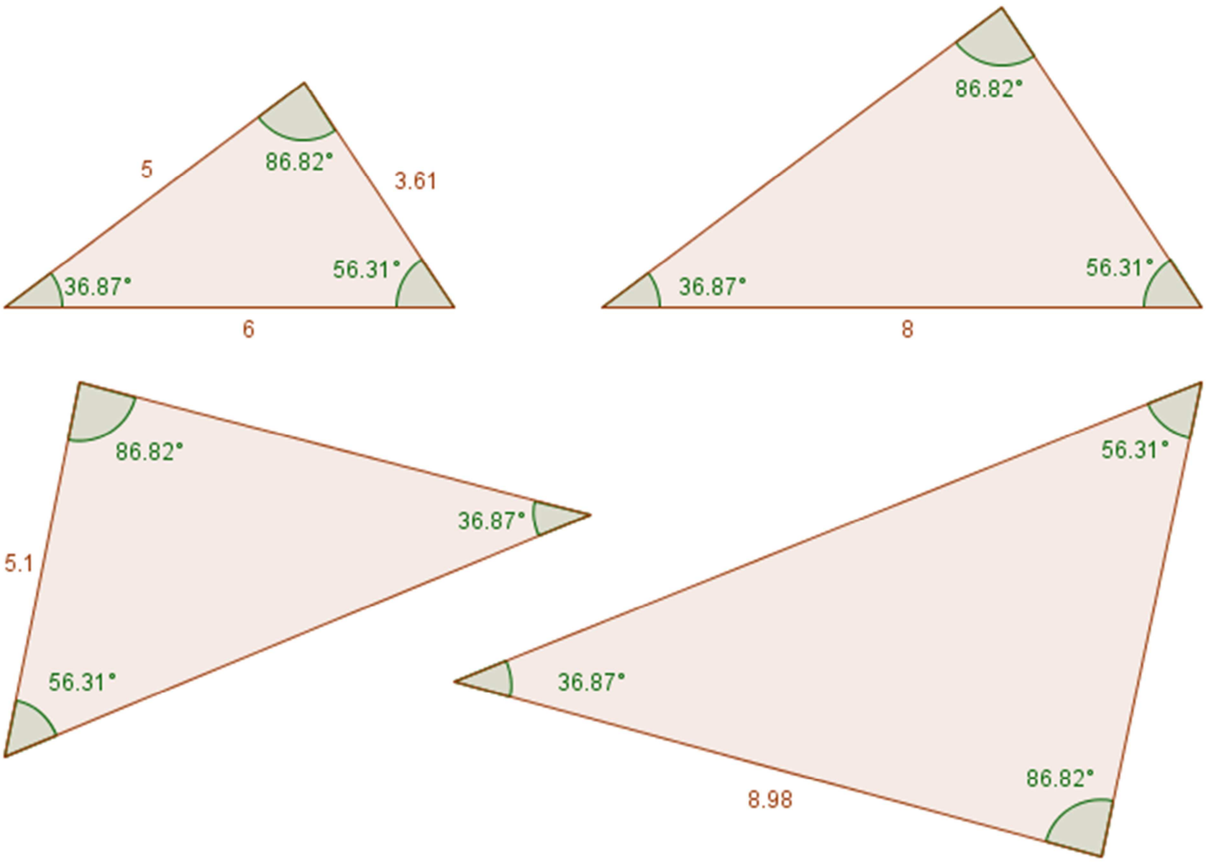
a.



b.



8.36 Find de ukendte sider i trekanterne:



8.37 En snor spændt stramt ud fra muren på en bygning og ned til jorden. Den er spændt fast 5,7 m oppe, og den rører jorden 3,9 m ude fra muren.

a. Du skal placeres en lodret stolpe på 2,1 m, sådan at den lige akkurat rammer snoren. Hvor langt fra muren står stolpen?

Hint: hvor langt er der fra stolpen til hvor snoren rører jorden?

b. Hvor høj skulle stolpen være, hvis den skulle røre snoren i en afstand på 2 m fra muren?

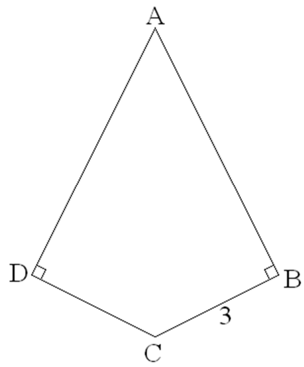
8.38 Adam står 2,0 m væk fra en lodret pind på 2,5 m. Når hans øjne flugter toppen af pinden, kan han lige akkurat se toppen af en vindmølle, som står 50 m fra pinden. Hans øjne er i en højde af 1,60 m.

a. Hvor høj er vindmøllen?

Nu er afstanden mellem Adam og pinden 4,3 m. Igen flugter toppen af pinden vindmøllen.

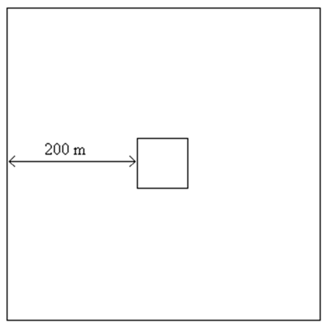
b. Hvor langt står han nu fra vindmøllen?

8.39 Firkanten ABCD er symmetrisk.



Beregn firkantens areal, når diagonalen mellem B og D er 5.

8.40 Synsfeltet fra en fængselsgård.



Der er en mur omkring en kvadratisk fængselsgård med en sidelængde på 43 m.

200 m fra fængselsgården i alle retninger er der diverse bebyggelse med en højde på 15 m.

Valdemar Jensen er 1,85 m – dvs. hans øjne befinder ca. 1,75 m over jorden.

Muren er lige akkurat så høj, at uanset hvor han står i gården, kan han ikke se nogle af de bygninger, der omgiver fængselsgården.

a. Hvor høj er muren?

b. Hvor mange kasser a 30 cm skal Valdemar stå på for at han kan se bygninger hele vejen rundt?

8.41 Opgaver med retvinklede trekanter – brug bl.a. trigometri til at løse dem.

a. En vinkel er 30° og hypotenusen er 4 cm.

Beregn samtlige sider og vinkler.

b. Beregn vinklerne i en trekant med sidelængderne 3, 4 og 5.

c. En vinkel er 72° og den korteste side i trekanten er 2.

Beregn samtlige sider og vinkler.

d. Afstanden til vindmøllen er 70 m.

Vinklen mellem vindmøllens fod og top er 19°.

Hvor høj er vindmøllen?

e. Vi går nu længere væk fra vindmøllen.

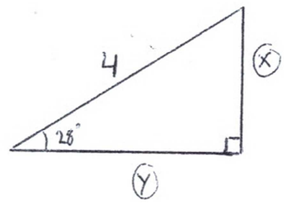
Hvad er vinklen mellem fod og top på en afstand af 120 m?

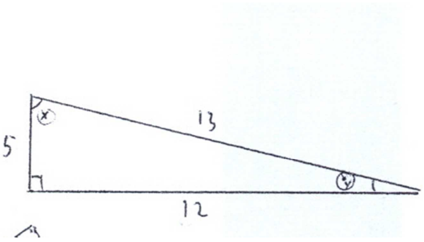
f. Hvor langt væk fra vindmøllen skal vi stå, hvis vinklen mellem fod og top skal være 10°?

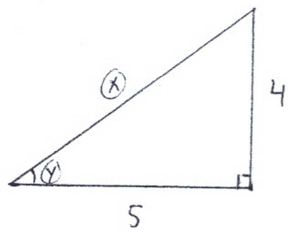
g. Vi har en 15 m lang stige. Hvor højt kan den nå op, hvis den står med en vinkel på 70°?

h. Hvor stejlt skal stigen stå, hvis den skal nå 14,5 m op?

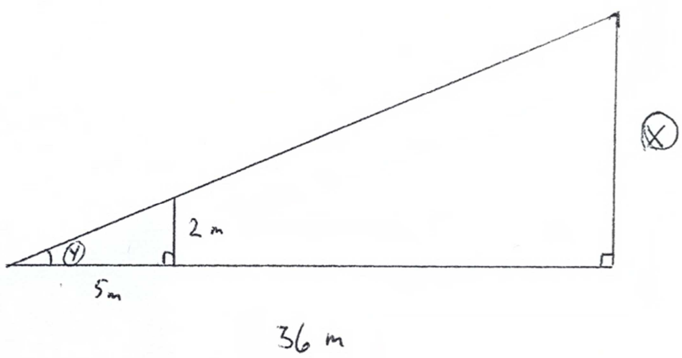
8.42 Beregn de markeret vinkler og sider

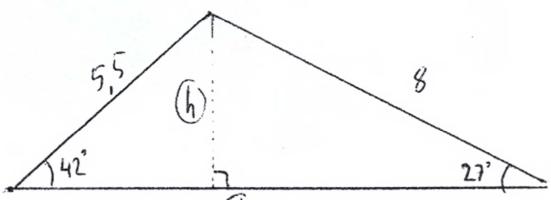






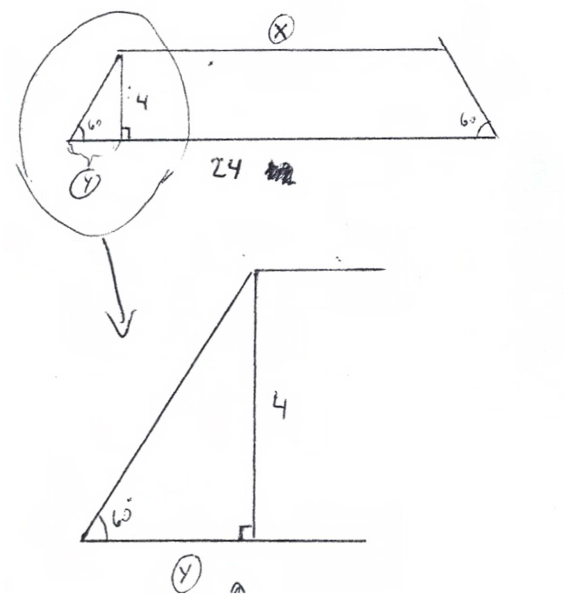
8.43 Beregn de markerede vinkler og sider



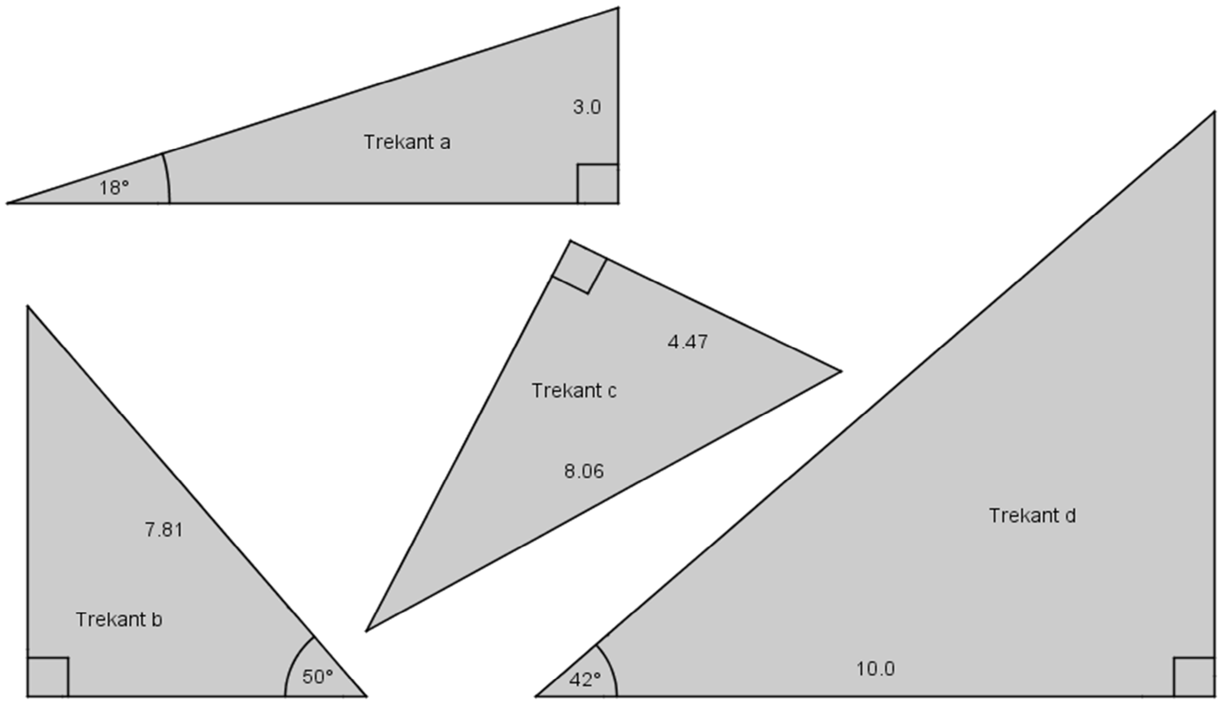


8.44 Løs denne opgave både vha. Pythagoras og vha. Trigometri.

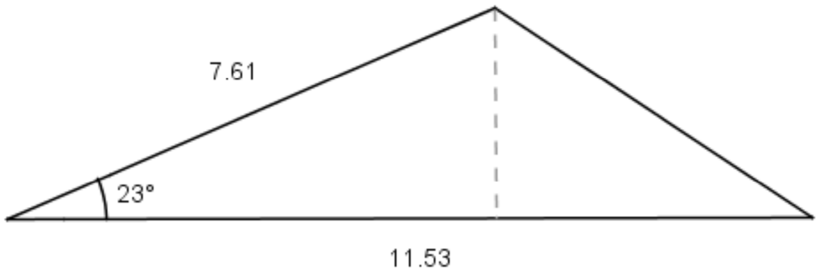
Dvs. find den samme løsning på 2 forskellige måder.



8.45 Beregn de manglende vinkler og sider

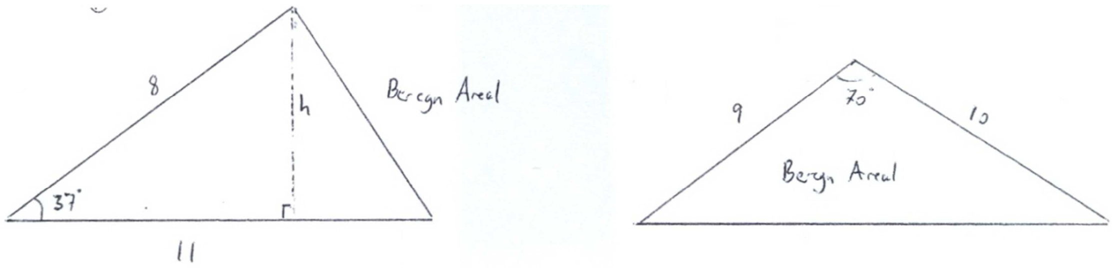


8.46 Trigometri i ikke-retvinklede trekanter



Beregn højde i trekanten.

8.47 Beregn arealet



8.48 Opgaver med vilkårlige trekanter (dvs. at de ikke er retvinklede)

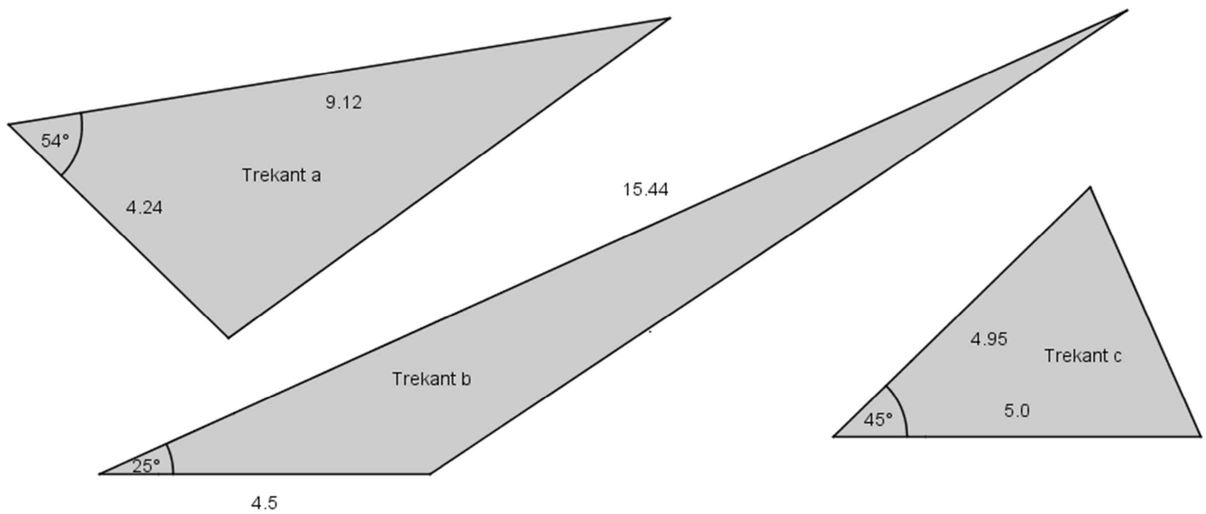
a. To af siderne i en ikke-retvinklet trekant er 3 cm og 7 cm. Vinklen imellem siderne er 27°.

Beregn trekantens areal. Opstil en formel for beregning af trekantens areal vha. trigometri.

b. Vinkel A = 70°, vinkel B = 80°, vinkel C = 30° og siden c er 15.

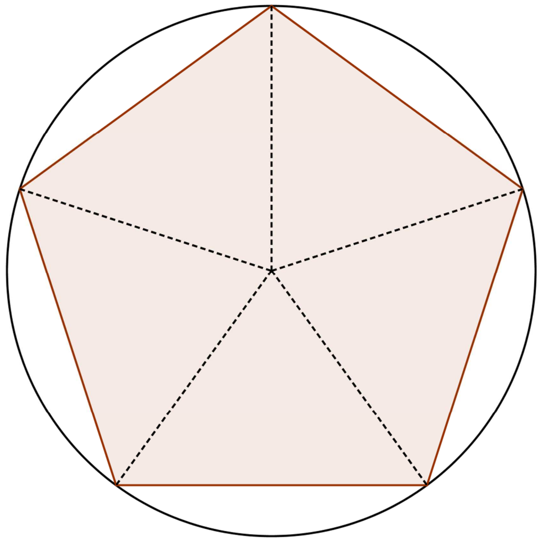
Beregn trekantens areal.

8.49 Beregn ikke-retvinklede trekanters areal



8.50 Du har en regulær 5-kant med en omskreven cirkel med en radius på 3 cm.

Beregn 5-kantens omkreds og areal.



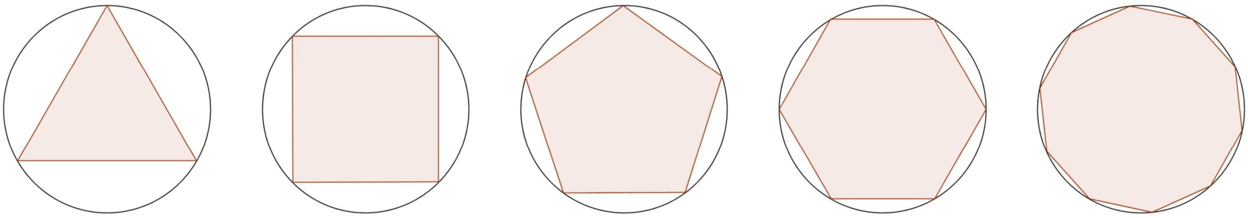
8.51 Betragt nedenstående regulære polygoner med omskreven cirkel

a. Lav en formel for omkredsen af en 5-kant med radius r

b. Lav en formel for omkredsen af en polygon med n sider og radius r

c. Beregn omkredsen for en 100-kant med radius 1

d. Argumenter for at vi kan bruge denne metode til at beregne π

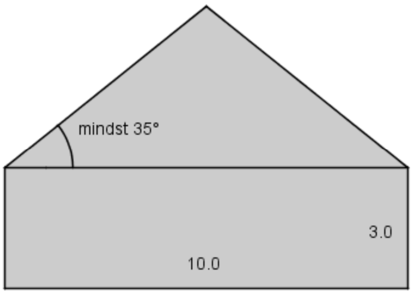


8.52 P. Petersen skal lægge tag på et nyt hus.

Ifølge lokalplanen skal husets tag have en hældning på mindst 35º.

Husets dimensioner er 10*12 m.

Tagstenene er 35 cm høje (eller lange om du vil) og 25 cm brede. Tagrygstenene er 20 cm lange og 25 cm brede. I beregningerne skal du ikke regne med at tagstenene overlapper hinanden.

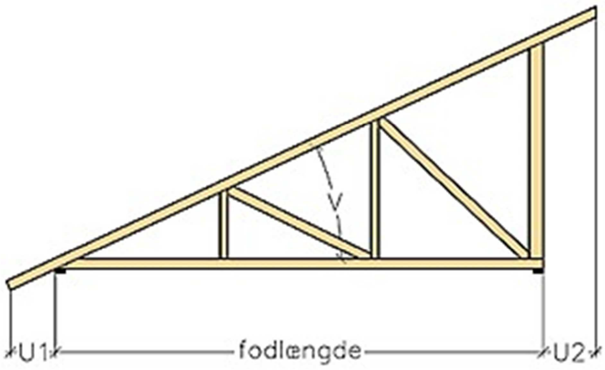


Hvad er det mindste antal tagsten og tagrygsten P. Petersen skal bruge?

Hvad bliver hældningen på taget – med 2 decimaler?

Hvor højt bliver huset alt i alt?

8.53 Tagspær



Beregn samtlige længder på tegningen med halvspær. Bemærk at de tre lodrette stykker er placeret sådan, at "fodlængden" er delt i lige store dele.

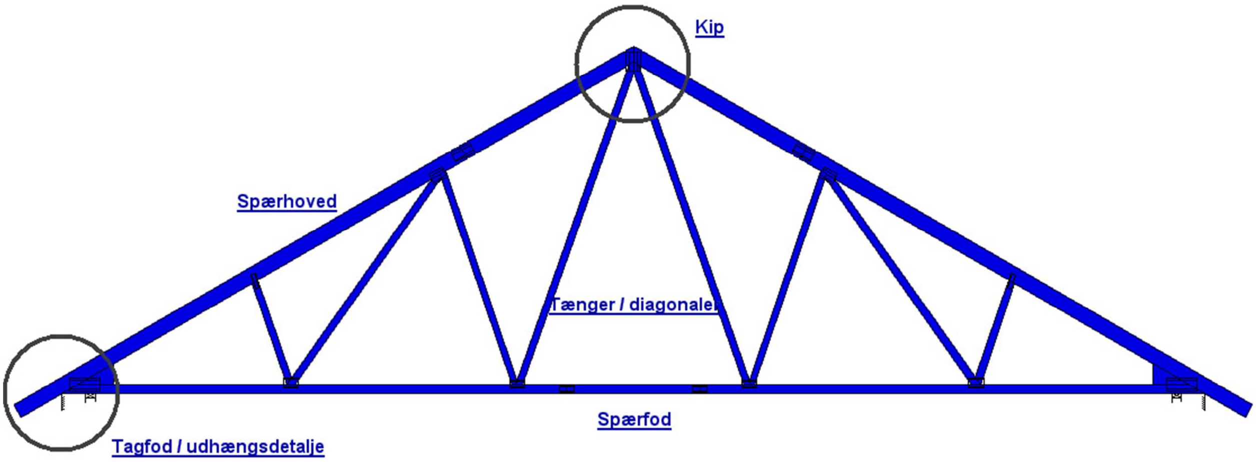
For at lette beregningerne skal du se bort for evt. bredde på det enkelte træstykker.

Fodlængde = 6 m

Taghældning/vinkel = 30°

Udhæng = 0,4 m

8.54 Gitterspær



Diagonalerne er placeret symmetrisk og jævnt fordelt. For at lette beregningerne skal du se bort fra en evt. bredde på det enkelte træstykke.

Antag at taghældningen er 30°.

Find vinklerne i den første lille trekant fra venstre.

Hvor mange trekanter er ensvinklede med den lille trekant fra "a"?

Find længderne på samtlige diagonaler.

8.55 Gitterspær og retvinklet trekanter

En svær opgave.

Ved at ændre på taghældningen kan man ændre på trekanterne i spærret. Antallet af diagonaler er uændret og de skal fortsat fæstnes til spærhoved og fod jævnt fordelt.

Hvordan kan den første lille trekant blive retvinklet? – Er der flere muligheder?

Find taghældningen, hvis den første lille trekant skal være retvinklet.