

3. Ligninger

3.1 Simple ligninger

- a. $x + 2 = 0$
- b. $4x + 3 = 19$
- c. $2x + 5 = 11$
- d. $40 + 3x = 34$
- e. $-36 = 12 + 6x$
- f. $7x + 8 = 15$
- g. $3x + 5 = x - 3$
- h. $12 + 5x = 2x + 18$
- i. $4x + 3 = x + 3$
- j. $8x - 20 = 3x + 10$
- k. $6x - 20 = 3x - 5$
- l. $2x - 4 = -2x + 4$
- m. $(2x - 3) / 5 = 1$
- n. $(20 + 3x) / 4 = 11$
- o. $(6x + 6) / 2 = -12$
- p. $(20 + 14x) / 12 = 4$
- q. $3(2x - 1) = 2x - 3$
- r. $4x + 3 = 2(5 + 2x)$
- s. $3(2 - 6x) = 4(4x - \frac{1}{2}) - 2x$
- t. $(x + 8) / 5 = 3x - 18$
- u. $4x - 3 = (2x - 2) / 2 + 1$
- v. $(6x - 8) / x = 2$
- w. $(2 + x) / (x - 2) = 3$

3.2 Simple ligninger

- a. $5x + 3 = -2x - 18$
- b. $4x - 8 = 8$
- c. $9x - 14 = 58$
- d. $4x - 2 = 2x - 4$

- e. $40 + 2x = x + 43$
- f. $4x + 16 = x + 1$
- g. $2x + 16 = x + 14$
- h. $8x - 2 = 3x - 22$
- i. $4x - 3 = 2x - 2$
- j. $5x - 8 = 3x - 10$
- k. $(3x + 18) / 6 = 8$
- l. $(6x - 20) / 8 = -4$
- m. $1500x + 340 = 255x - 3395$
- n. $10000x - 50000 = 5 - x$
- o. $2350x + 5000 = -1976x - 20956$
- p. $770x = 235x + 1070$
- q. $343 - 174x = 43x - 308$
- r. $590 + 1717x = 622x - 2695$
- s. $47x + 789 = -24x - 63$
- t. $-17x + 46 = -15x + 24$
- u. $4(3x + 2) - 7(x - 2) = 7$
- v. $(4 + 2x) / (x - 1) = 3$
- w. $(-5x - 1) / 4 - (3x^2 - x) / x = 5$

3.3 Udfordrende ligninger (som et eller andet sted er en slags simple ligninger!)

- a. $3(x + 1) = 12$
- b. $x^2 - 16 = 0$
- c. $x^2 + 9 = 18$
- d. $2x^2 = 8$
- e. $-x^2 + 4 = 0$
- f. $x^2 + 4x - 7 = 2(9 + 2x)$
- g. $16 - 3(4 - 2x) - (4x + 8) = x + 6$
- h. $2(x - 8) - (4 + 8x) = -4(5 + 3x)$
- i. $(x + 2)(-4) + 3(2x - 8) = 2\frac{1}{2}(-4x - \frac{4}{5})$
- j. $20 - 4(x + 1\frac{1}{2}) + 3(12 - 2x) = 0$
- k. $(2x - 6) / (5 - x) = 2$
- l. $(2x - 3)(3x + 3) = 6x^2 + x - 7$

- m. $(x + 3)(4x - 2) - 5x = 2x(6 + 2x) - x$
- n. $24 - (x + 2)(x - 2) = (12 + x)(4 - x) - 8$
- o. $15x^2 - (3x + 2)(4x - 5) = 2(x + 6)(\frac{1}{2}x + 2) + 1$
- p. $(x - 3)(-x + 4) - 3(x + 8) = (4 + x)(4 - x)$
- q. $(4x - 2)(3 + 8x) - (2x + 6)(6x + 4) = (4x - 6)(-3 + 5x)$
- r. $9x^2 + (3 - x)(8 + 2x) - 3(x + 4) = x^2 - (4 - 2x)(4 + 3x)$
- s. $2x(4 - x)(3 + 2) = (2x - 8)(2 + 5x) - 4 * 15 - 20x^2$
- t. $0 = 24x^2 - (6x + 8)(4x - \frac{1}{2}) - 4$
- u. $19 = -3(3 - x)(x - 3) + (12 - x)(3x + 4)$
- v. $16 + (3x - 4)(x + 8) = (x - 4)(4 + x) + 2x^2$
- w. $(x + 4)(2 + 4)(x - 3) = (3x + 1)(2x + 1)$
- x. $0 = 16 + (2x - 3)(x + 4) - (5x + 4)$

3.4 Løs opgaverne ved hjælp af ligninger!

- a. Ole spiste dobbelt så mange æbler som Hans. Peter spiste halvt så mange æbler som Hans. Anders spiste kun 2 æbler. I alt spiste drengene 23 æbler. Hvor mange spiste de hver især?
- b. Hans betalte 3 regninger. Den ene var på 35 kr. Den anden dobbelt så stor som den tredje. I alt betalte han 215 kr. Hvor meget lød de to sidste regninger på?
- c. På et bibliotek er der 10 926 bøger om morgenen. I løbet af dag bliver der afleveret 738 bøger. Pudsigt nok låner alle, som kommer på biblioteket den dag, 4 bøger. Hvor mange lånere har lånt bøger, hvis der ved dagens ende er 10 904 bøger?
- d. I et rektangel er længden 4 gange større end bredden. Omkredsen er 60 cm. Beregn rektanglets sider.
- e. Ved en basar blev der solgt 85 adgangsbilletter. Desuden blev der lagt i alt 6480 kr i de forskellige boder. Den samlede indtægt blev 7840 kr. Beregn prisen for en adgangsbillet.
- f. Tommy har arbejdet i sin efterårs ferie. Tre af dagene tjente han 36 kr i timen og to dage tjente han 42 kr i timen. Alle fem dage arbejdede han lige længe og han fik udbetalt i alt 1440 kr. Hvor længe arbejdede han hver af dagene
- g. Valdemar scorede $\frac{1}{4}$ af målene, Christian $\frac{1}{3}$, Peter $\frac{1}{8}$ og Gorm $\frac{1}{12}$. Frederik scorede de sidste 5 mål. Hvor mange mål blev der scoret i alt?
- h. Jens Hansen har en bondegård. Han har køer og høns. Han har i alt 48 dyr, som tilsammen har 128 ben. Hvor mange køer og høns har Jens Hansen?
- i. Hans Erik har en græsplæne på 8×8 m. Ved siden af plænen ligger køkkenhaven, som han gerne vil formindske. Hvor meget skal han forlænge plænen med, for at plænen får en størrelse på 100 m^2 ? På 120 m^2 ?
- j. En virksomhed køber en maskine til 2 mio. kr. Den kan producere yogurt-bægere til 25 øre stykket.

Hvad er stykprisen (dvs. incl. alle udgifter), hvis maskinen laver 2,5 mio. bægere?

Hvor mange bægere skal den producere, før styk-prisen kommer ned på 35 øre?

- k. For at skaffe penge afholdt en fodboldklub et arrangement, hvortil billetter sælges for 30 kr pr voksen og 6 kr pr barn. De samlede udgifter ved arrangementet var i alt 4920 kr. Der kom 380 personer, og da regnskabet skulle gøres op, var der 720 kr i overskud. Hvor mange voksenbilletter blev der solgt?
- l. Mens Peter kører, bemærker han, at kilometertælleren står på 29367 km og lige nedenunder viser triptælleren 2935,7 km. Han nulstiller triptælleren. Hvornår vil kilometertæller og triptæller igen have præcis de samme cifre som hinanden?
- m. Gamle Ali dør og efterlader hans sønner 17 kameler. I hans testamente står der, at den ældste søn Achmed skal have halvdelen af kamelerne, mens Mahmoud skal have $\frac{1}{3}$ af kamelerne og den yngste – Muhammed – skal have $\frac{1}{9}$.

Det sætter de tre sønner i en vanskelig situation, da de respekterer deres fars ønske og samtidig ved de, at det ikke er en god ide, at skærer kamelerne over.

Så kommer naboen Ibrahim forbi. Han hører deres problem og kommer om med en løsning. Hvad var det?

3.5 Identificer a , b & c i 2gradsligningerne – løs derefter ligningerne

- a. $x^2 + 2x - 3 = 0$
- b. $2x^2 - 4x - 16 = 0$
- c. $8 - x^2 - 7x = 0$
- d. $3x - x^2 = 0$
- e. $6x - x^2 = 8$
- f. $28 = x^2 + 3x$
- g. $3x + 1\frac{1}{2}x^2 = 12$
- h. $4x^2 + 9 = 12x$
- i. $100 + 105x = -5x^2$
- j. $-2x^2 - 160 = 36x$
- k. $x^2 + 4 = 3x$

3.6 Ligninger – simple og 2grads

- a. $5x + 7 = x - 9$
- b. $3x^2 = 6 - 3x$
- c. $(x + 3)(x - 4) = -6$
- d. $\frac{7x + 15}{x} = 2x$
- e. $x(x + 3) - 7 = x^2 + 2$

f. $(x + 2)(x + 1) = 1$

g. $\frac{2x^2 - 10}{x} = 2x + 5$

h. $\frac{x^2 + 4 - 4x}{x - 2} = 2$

3.7 Ligninger – udfordrende opgaver

a. $x^2 - 6x + 9 = 0$

b. $(x - 3)(x + 4) = 4 + x$

c. $(x - 5)(x + 3) = 0$

d. $4x^2 - 8x = -4$

e. $\frac{18}{x} = 2x$

f. $\frac{x^2 + 4}{x} = 2x$

g. $\frac{4x^2 - 6x}{2x} = 5$

h. $\frac{2x^2 + 2x}{x + 1} = 12$

i. $\frac{-5x - 1}{4} - \frac{3x^2 - x}{x} = 5$

j. $5(x(x - 1) - 2) = -10$

k. $\frac{2x + 4}{3 - x} = 2$

l. $2x^4 + 2x^2 - 12 = 0$

m. $\frac{x - 3}{x^2 + 7x - 2} = 0$

n. $\frac{1}{x - 3} + \frac{1}{x + 3} = \frac{1}{x^2 - 9}$

o. $(x + 3)(x - 3) + 5 = (2x + 4)(2x - 4)$

p. $\frac{2x + 3}{x - 3} + \frac{x + 5}{x^2 + 2x - 15} = 3$

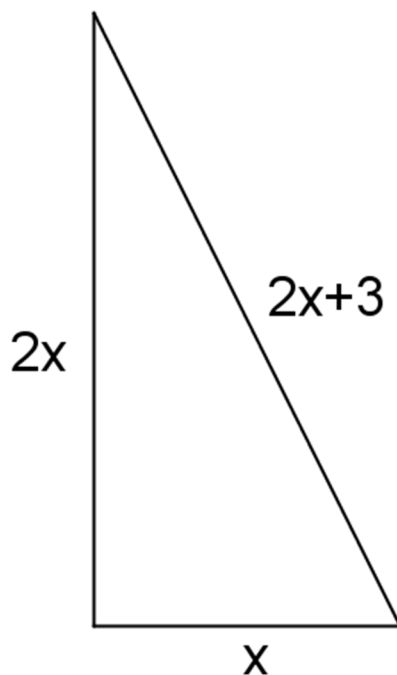
3.8 Pakke-ud øvelser

a. $\sqrt{x + 2} = 4$

- b. $\sqrt{x-3} = 2x$
- c. $(2x+17)^5 = -3125$
- d. $\sin\left(\frac{x}{3}\right) = 0,5$
- e. $2,13 = 2\pi\sqrt{\frac{x}{9,82}}$
- f. $\sqrt{\sqrt{2x-3}+3} = 2$
- g. $\frac{\frac{48}{x-2}+17}{2x-21} = 3$
- h. $\sqrt[7]{2x+3} = 2,1$
- i. $\frac{\sqrt{-4x+32}}{x-2} = 2$
- j. $(x^2)^2 - 10x^2 + 9 = 0$

3.9 Et trekantsproblem

Du har en retvinklet trekant med disse sider. Hvad er x ?



3.10 Dimensionerne på en plæne

Hr Hansen vil gerne have anlagt en plæne omkring en lille kunstig sø med karper. Søen er 17m^2 , og selve græsplænen skal have et areal på 100m^2 , hvor længden på plænen er 5m længere end bredden. Bemærk plænen og sø har altså et areal på 117m^2 .

Lav en skitse over haven, og beregn bredden på plænen

3.11 Løs med logaritme

- a. $1,45^x = 200$
- b. $1,03^x = 1,5$
- c. $0,723 = 0,999879039^x$
- d. $2400 = 2000 * 1,02^x$
- e. $457.987 = 1.012.467 * 0,9934^x$
- f. Hvornår er et radioaktivt stof halveret, hvis der forsvinder 0,76 % hvert år?

3.12 Styrketræning 1 – simple ligninger

- a. $2x - 5 = 4 - x$
- b. $7 - 3x = 27 - 7x$
- c. $-3 - 4x = x + 7$
- d. $5x + 4 = 9x - 2$
- e. $87x - 356 = 322 - 26x$
- f. $2345 - 3x = -11x - 871$
- g. $4x - 357 = 238 - 3x$
- h. $x + 256 = 5x - 1$
- i. $12,3x + 33,4 = 3,5x - 23,8$
- j. $74,23x + 34,2 = 98,4x - 453,67$

3.13 Styrketræning 1 – blandede ligninger

- a. $2x^2 + 7x - 5 = x^2 + 3x$
- b. $2x^2 - 3x + 6x + x^2 - 7 = 13 - 2x + 3x^2$
- c. $6x - 2 = x^2 + 2 + 2x$
- d. $4x^2 - 7 = 2,5x^2 - 3x - 12$
- e. $(x + 3)(x - 2) = 4x + 4$
- f. $(5 - x)(x + 2) = (x + 1)(3 - x)$
- g. $-3 * (x^2 + x + 1) = 4 - 2x$
- h. $(x + 2)(x - 2) + (x + 5)(x - 1) = 2x^2 + x - 17$
- i. $2 * (x^2 - 1) + (3 - x)(x - 2) = (2 - x)(1 - x) + 4x$
- j. $-0,02x^2 + 0,4x + 2 = -0,1x + 4,5$

3.14 Styrketræning 1 – udfordrende ligninger

- a. $(x + 3)^2 - 5 = (x - 2)^2 - (3x + 9)(x - 4)$
- b. $\frac{2x+5}{3-x} = x + 7$

- c. $\frac{2}{x+1} - \frac{1}{2-x} = -1$
d. $\frac{(x+1)(x-2)(x+3)}{x} = x^2 - x + 2$
e. $\sqrt{x+2} = x$
f. $\sqrt{2x-3} = x$
g. $\sqrt{3-2x} = 2x+3$
h. $\frac{10x-7}{x+4} + \frac{x-2}{x^2+2x-8} = 5x-3$
i. $2497 = 2250 x^7$
j. $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$

3.15 Styrketræning 1 – ”Du har selv bedt om det...”

Ikke alle løsninger ender med et tal, men du skal alle steder finde ud af hvad x er. Det betyder at et korrekt svar kunne være noget i stil med ” $x = 2a + 7$ ”, hvor der på den ene side kun står x (og intet andet) og på den anden noget som ikke indeholder x overhovedet.

- a. $K = \frac{x-32}{1,8} + 273,15$
b. $(x-3)(x+2)(x+3) = 0$
c. $x = \frac{2a+1}{a+x} + a$
d. $\frac{2x-10}{3x^2+4x-1} = 0$
e. $S = K * x^n$
f. $\frac{x^2-9}{x-3} = x^2 + 3x - 5$
g. $\sqrt{x^2 + 2x + 1} = x^2 + 6x - 5$
h. $170 = 2^x$
i. $\frac{x}{2a-3} + 1 = \frac{2a+x-3}{x}$
j. $-2x^2 + qx + q^2 = 0$

3.16 Styrketræning 2 – simple ligninger

- a. $2x + 5 = 11$
b. $-40x + 55 = -97x + 1081$
c. $63x + 42 = -91x + 812$
d. $73x + 58 = -25x + 2606$
e. $74x - 89 = 90x - 137$
f. $5x + 53 = -89x + 1181$

- g. $-6x - 40 = 25x - 474$
- h. $-47x - 44 = 66x - 2417$
- i. $18x + 97 = 82x + 289$
- j. $39x + 96 = -51x + 906$
- k. $-79x + 100 = 35x + 1354$
- l. $15x - 80 = -79x + 1800$
- m. $-43x - 91 = -41x - 97$
- n. $-40x + 90 = 96x - 454$
- o. $-44x - 68 = -67x + 254$
- p. $-18x - 17 = 43x - 78$
- q. $27x - 58 = -63x + 932$
- r. $41x + 7 = 16x + 7$

3.17 Styrketræning 2 – blandede ligninger

- a. $2x^2 - 8x + 17 = 8x - 13$
- b. $2x * (3x - 5) - x^2 + 3 = 5x^2 - 17$
- c. $(2 - x)(x + 3) = (x - 4)(2x - 3) + 1$
- d. $(x + 5)(x - 1) - (2 + x^2) = 2x + 5$
- e. $4,3x^2 - 19,9x = 2 - 100x$
- f. $5x^2 + 17,3x - 2,3 = 0,3x^2 + 7,9x + 5$

3.18 Styrketræning 2 – udfordrende ligninger

- a. $10 = 2^x$
- b. $\sqrt{x^2 - 1} = x + 1$
- c. $(x - 1)(x + 1) = (x + 5)(x - 7)$
- d. $\frac{6}{x-5} + \frac{6}{x+5} = \frac{1}{2}$
- e. $10^{2x+3} = 3162,27$
- f. $\sqrt{x^2 + 25 + 10x} = \sqrt{4x^2 + 1 - 4x}$
- g. $4^{2x+1} = 8^{x+4}$
- h. $\sqrt[3]{x^3 + 7} = x + 1$
- i. $\sin(x)^2 + 0,5 * \sin(x) - 0,5 = 0$

3.19 Styrketræning 3 – 2gradsligninger

- a. $3x^2 + 12x - 63 = 0$

- b. $x^2 - 20x + 19 = 0$
- c. $1458x + 108x = -2x^2$
- d. $3x^2 = x - 17$
- e. $65 - 30x + 6x^2 = 2x^2 + 6x$
- f. $3x^2 - 7x - 10 = 0$
- g. $8x^2 - 13,2x = 83$
- h. $\frac{22}{x-3} = x - 12$
- i. $10x^2 + 10x + 10 = 3x^2 + 5x + 58$
- j. $-2x^2 - 5x - 1 = 3$